

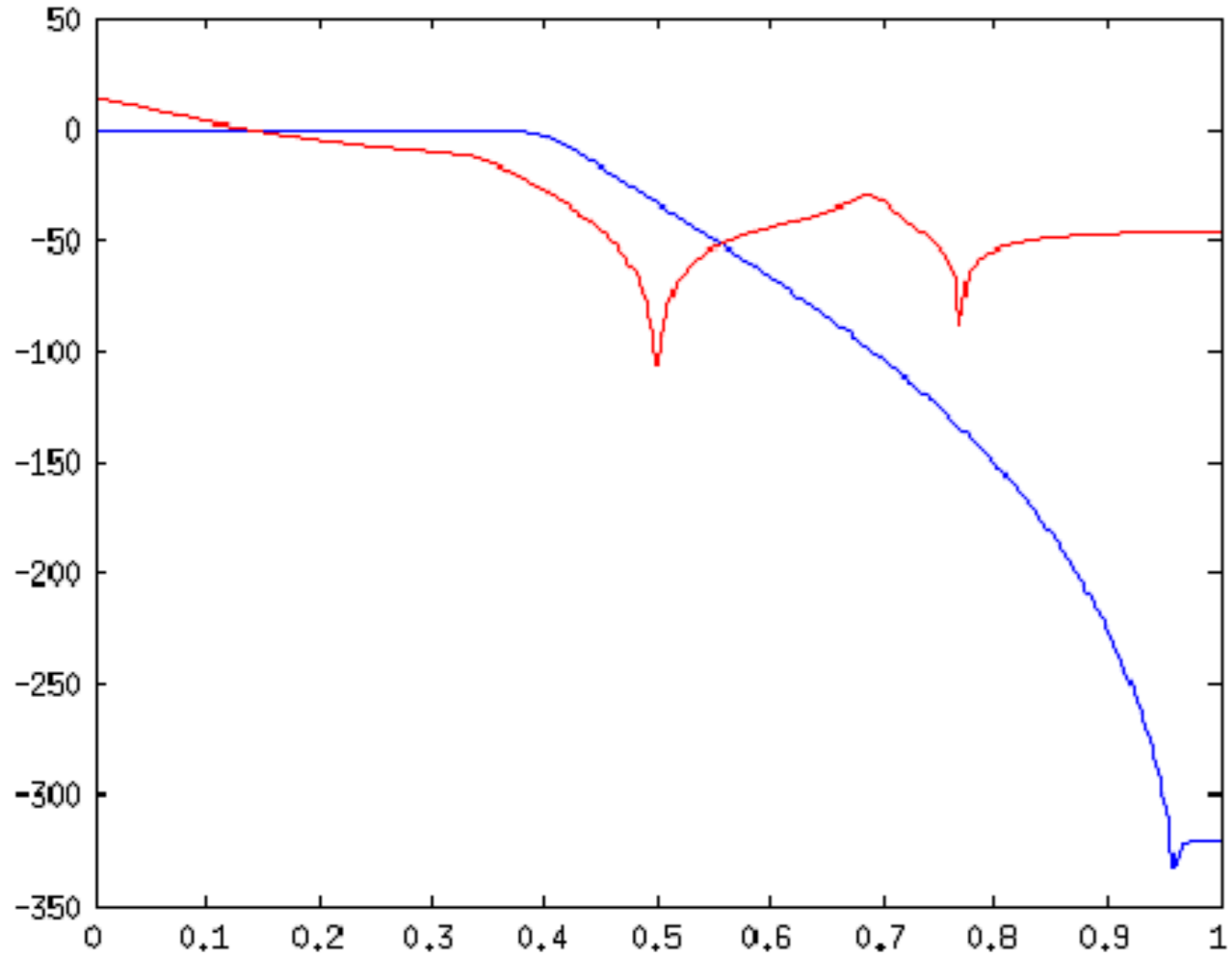
# Verificação de Propriedades de Filtros Digitais Implementados com Aritmética de Ponto Fixo

Mauro Freitas, **Mikhail Ramalho**, Lucas Cordeiro, Waldir Júnior e Eddie Filho  
maurokenny@gmail.com, **mikhail.ramalho@gmail.com**, lucascordeiro@ufam.edu.br,  
waldirsabino@ufam.edu.br, eddie@ctpim.org.br



## 1. Introdução

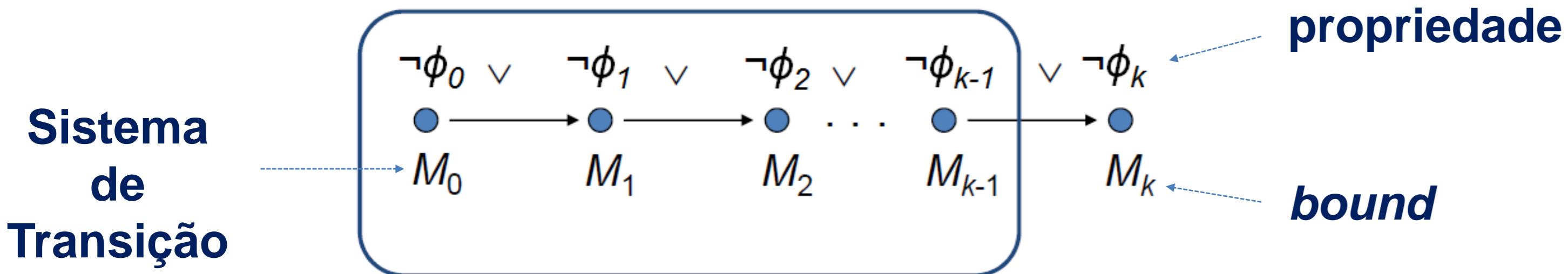
- Implementação em ponto flutuante de filtros digitais pode gerar efeitos indesejados na resposta em frequência do filtro, tanto em magnitude quanto em fase, além de problemas como *overflow* e instabilidade.
- Utilizando a técnica BMC é possível saber se a quantidade de bits utilizada no projeto do filtro apresenta precisão suficiente.



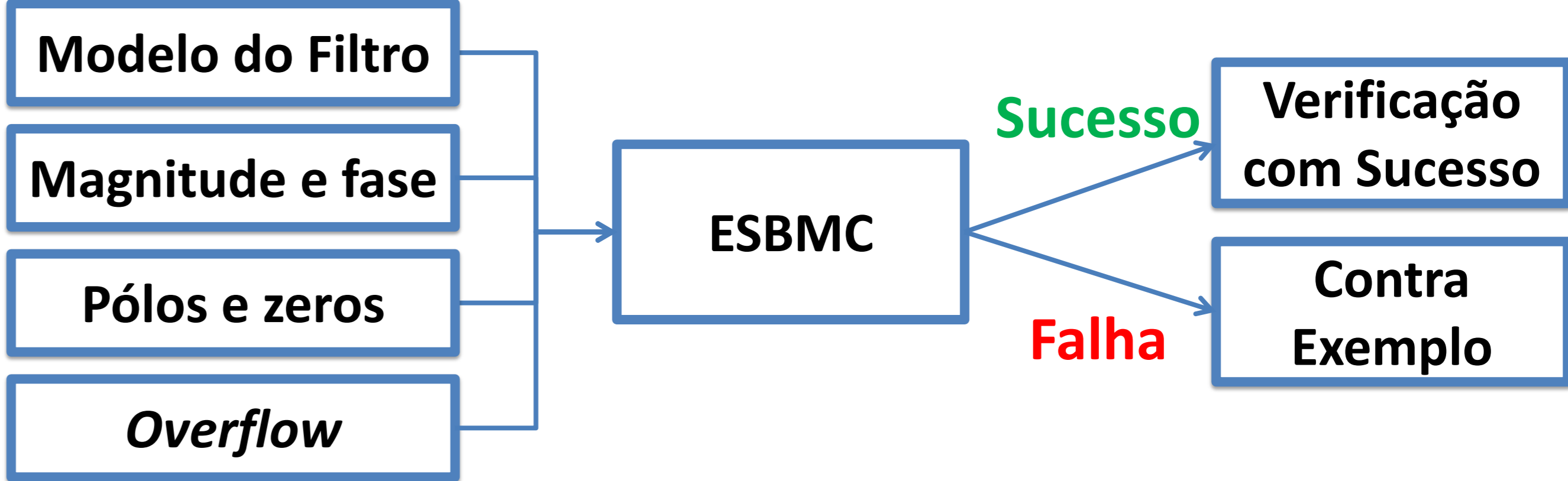
Resposta em magnitude para um filtro IIR Chebyshev, de ordem 12.  
— Projetado  
— Implementado

## 2. A Técnica Bounded Model Checking (BMC)

- Checa a negação de uma propriedade em uma dada profundidade.



## 3. Metodologia de Verificação



## 4. Configuração dos Experimentos

- Ubuntu 64 bits, Intel i7-2600, 3.40GHz, 24GB RAM, ESBMC v1.21, SMT Z3 v3.2.
- Filtros testados:
  - Passa-baixas e Passa-altas;
  - IIR: Butterworth, Chebyshev e Elíptico;
  - FIR: Equiripple, Janela de Hann e Maximally Flat.

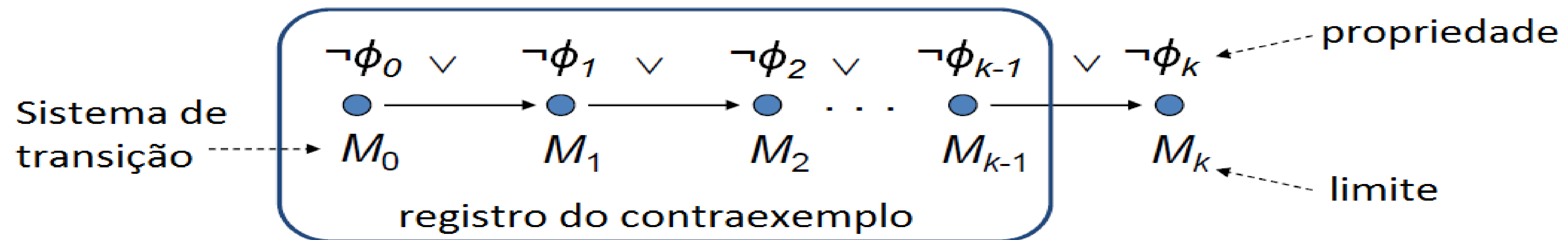
## 5. Conclusões

- O método pode detectar *overflow*, instabilidade e respostas em magnitude e fase, divergentes do projeto do filtro.
- É possível encontrar e detectar falhas em filtros de baixa e média ordem, com um tempo de verificação moderado.
- A técnica gera contra exemplo mostrando os estados que levaram o filtro a falhar.

\* Ferramenta e benchmark disponíveis em [www.esbmc.org](http://www.esbmc.org)

# A Técnica *Bounded Model Checking*

- Checa a negação de uma propriedade em uma dada profundidade.



- Sistema de transição  $M$  com profundidade  $k$ :
  - Estado: contador de programa e valor de variáveis.
- Traduzido em uma condição de verificação  $\psi$  tal que:

$\psi$  é satisfatível se, e se somente se, houver um contra exemplo de profundidade máxima  $k$ .

# Magnitude e fase

- Armazenamento ao longo dos somadores, multiplicadores e atrasos.

$$I_{pb\_fase}, I_{pa\_fase} \Leftrightarrow |\angle H(k) - \angle H_{fixed}(k)| > \text{limiar}$$

$$I_{pb\_mag} \Leftrightarrow ((|H(k)| < A_p) \wedge (0 \leq \frac{2\pi k}{N} \leq \omega_p)) \\ \vee ((|H(k)| > A_c) \wedge (\frac{2\pi k}{N} = \omega_c)) \\ \vee ((|H(k)| > A_r) \wedge (\omega_r \leq \frac{2\pi k}{N} \leq \pi)),$$

$$I_{pa\_mag} \Leftrightarrow ((|H(k)| > A_r) \wedge (0 \leq \frac{2\pi k}{N} \leq \omega_r)) \\ \vee ((|H(k)| < A_c) \wedge (\frac{2\pi k}{N} = \omega_c)) \\ \vee ((|H(k)| < A_p) \wedge (\omega_p \leq \frac{2\pi k}{N} \leq \pi))$$

# Overflow

- Overflow e Underflow
- Contraexemplo é gerado em caso de falha
- Adição, subtração, multiplicação e divisão podem ser realizadas com uma representação em ponto fixo.

$$I_{overflow} \Leftrightarrow ((\tilde{x}[n]h[0] > V_{max}) \vee (\tilde{x}[n-1]h[1] > V_{max}) \vee \dots (\tilde{x}[n-N-1]h[N-1] > V_{max}))$$

$$I_{underflow} \Leftrightarrow ((\tilde{x}[n]h[0] < V_{min}) \vee (\tilde{x}[n-1]h[1] < V_{min}) \vee \dots (\tilde{x}[n-N-1]h[N-1] < V_{min}))$$

# Pólos e zeros

- Algoritmo de decomposição QR
- Utilizado para decompor a função de transferência em pólos e zeros
- Criação da propriedade e verificação se cada módulo dos pólos é menor que 1 para garantir a estabilidade dos filtros.

# Experimentos

- Objetivo: Verificar se filtros digitais mantinham suas características de projeto após quantização.
- Setup:
  - ESBMC v1.20 com SMT Solver Z3 3.2
  - Intel Core i7-2600, 3.40 GHz com 24 GB of RAM rodando Ubuntu 64-bits
  - $F_p = 0,3$ ;  $F_c = 0,4$ ;  $F_r = 0,5$  rad. Ganho mínimo fixado em  $-0,9\text{dB}$ , atenuação mínima na banda corte e de rejeição em  $-3\text{dB}$  e  $-6\text{dB}$
  - 18 IIR: Butterworth, Chebyshev, Elíptico (equiripple na banda de passagem e rejeição)
  - 18 FIR: Equiripple, Janela de Hann e Maximally Flat

# Resultados

- Nenhum caso de teste excedeu 1200 segundos
- Não ocorreram casos de estouro de memória
- Todos os filtros foram verificados manualmente para comprovar a eficácia da ferramenta quanto a verificação das propriedades.
- Os resultados mostram que é possível se detectar falhas em filtros de baixa e média ordem, com um tempo de verificação moderado